



Università degli Studi di Messina - Dottorato di Ricerca in Matematica

Principi variazionali e Applicazioni

(Prof. Filippo D. Cammaroto)

(30 ore)

1. Il principio variazionale di Ekeland

Richiami di teoria degli spazi metrici completi e degli spazi di Banach. Funzioni semicontinue inferiormente e loro caratterizzazioni. Il principio variazionale di Ekeland: enunciato, dimostrazione e interpretazione geometrica. Prime applicazioni all'analisi non lineare. Teorema di punto fisso di Caristi.

2. Funzionali Gâteaux e Fréchet differenziabili su spazi di Banach

Funzionali Gâteaux-differenziabili definiti su spazi di Banach. Derivata di Gâteaux e proprietà fondamentali. Funzionali Fréchet-differenziabili definiti su spazi di Banach. Derivata di Fréchet e proprietà fondamentali. Confronto tra le due nozioni di differenziabilità. Regola della catena per funzionali differenziabili. Teorema della media per funzionali Fréchet differenziabili. Regola del prodotto per funzionali differenziabili. Derivate di Gâteaux e di Fréchet del secondo ordine. Condizioni necessarie di minimo e risultati di esistenza. Funzionali associati a problemi differenziali. Applicazioni del principio variazionale di Ekeland ai funzionali Gâteaux-differenziabili.

3. Un complemento al principio variazionale di Ekeland

Un complemento al principio variazionale di Ekeland. Applicazioni al teorema di punto fisso di Caristi e ai funzionali Gâteaux-differenziabili. Teorema di tipo Liouville per funzioni armoniche su domini esterni. Teorema di tipo Liouville per l'equazione omogenea delle onde. Ulteriori sviluppi e prospettive di ricerca.

4. Un principio variazionale generale e applicazioni

Problemi di minimizzazione dipendenti da un parametro. Funzionali della forma $\Phi + \lambda\Psi$. Un principio variazionale generale. Condizioni di esistenza di punti critici e risultati di molteplicità. Alcune applicazioni a problemi ellittici non lineari. Esistenza di infinite soluzioni per un problema ai limiti a due punti con condizioni di Dirichlet omogenee. Esistenza di infinite soluzioni per un problema di Dirichlet coinvolgente il p-laplaciano.

Bibliografia

- **I. Ekeland, R. Témam**, *Convex Analysis and Variational Problems*, Classics in Applied Mathematics, SIAM, 1987
- **D.G. De Figueiredo**, *Lectures on The Ekeland Variational Principle with Applications and Detours*, Tata Institute of Fundamental Research, Bombay, 1989
- **B. Ricceri**, *A general variational principle and some of its applications*, Journal of Computational and Applied Mathematics 113, (2000), 401–410
- **Z. Denkowski, S. Migórski, N.S. Papageorgiou**, *An Introduction to Nonlinear Analysis*, Springer, New York, 2003

- **F. Cammaroto, A. Chinnì**, *A Complement to Ekeland's Variational Principle in Banach Spaces*, Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Mathematics, 44 (1), 29-33, 1996.
- **F. Cammaroto, A. Chinnì**, *A Liouville-type Theorem for Harmonic Functions on Exterior Domains*, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 244 , 1-9, 2000.
- **F. Cammaroto, A. Chinnì**, *A Liouville-type Theorem for the Homogeneous Wave Equation*, Le Matematiche, LVII (I), 167-170, 2002.
- **F. Cammaroto, A. Chinnì**, *Infinitely many solutions for a two points boundary value problem*, Far East Journal of Mathematical Sciences, 11 (1), 41-51, 2003.
- **F. Cammaroto, A. Chinnì, B. Di Bella**, *Infinitely many solutions for the Dirichlet problem involving the p -Laplacian*, Nonlinear Analysis, 61, 41-49, 2005.