



Università degli Studi di Messina - Corso di Laurea Triennale in Fisica

Programma di **Matematica 2**

(Prof. Filippo D. Cammaroto)

A.A. 2024/2025

1. Funzioni di più variabili

Elementi di topologia in $\mathbb{R}^n$: aperti, chiusi, punti di accumulazione. Continuità delle funzioni di più variabili reali. Limiti delle funzioni di più variabili. Dominio di una funzione di più variabili. Grafico di una funzione di più variabili: curve e superfici di livello. Derivate parziali. Teorema di Schwarz. Derivata secondo un vettore e derivata direzionale. Funzioni differenziabili. Condizioni necessarie per la differenziabilità. Teorema del differenziale totale. Piano tangente e retta normale al grafico di una funzione. Derivata delle funzioni composte. Funzioni aventi gradiente nullo. Funzioni implicite. Teorema del Dini. Derivata della funzione implicita. Teorema del Dini per i sistemi di funzioni implicite. Massimi e minimi locali di funzioni di più variabili. Forme quadratiche. Teorema di Fermat. Ricerca degli estremi relativi mediante lo studio della matrice Hessiana. Massimi e minimi assoluti di una funzione di più variabili. Teorema di Weierstrass. Massimi e minimi vincolati. Metodo dei moltiplicatori di Lagrange

2. Curve ed integrali curvilinei

Funzioni a valori vettoriali. Curve in $\mathbb{R}^3$. Equazione parametrica e vettoriale di una curva. Curve regolari e generalmente regolari. Vettore tangente ad una curva in un punto. Diffeomorfismi e riparametrizzazioni. Curve rettificabili e lunghezza di una curva. Ascissa curvilinea. Curvatura e torsione di una curva. Piano osculatore. Triangolo di Frenet. Equazioni di Frenet. Teorema fondamentale delle curve spaziali. Integrali curvilinei di funzioni rispetto alla lunghezza d'arco. Significato geometrico e proprietà degli integrali curvilinei di funzioni. Applicazioni degli integrali curvilinei di funzioni ai corpi filiformi: calcolo della massa, delle coordinate del baricentro e del momento d'inerzia rispetto ad un asse orientato di un corpo filiforme di assegnata densità

3. Forme differenziali e loro integrali curvilinei

Forme differenziali lineari e campi vettoriali ad esse associate. Integrali curvilinei delle forme differenziali. Proprietà degli integrali curvilinei delle forme differenziali. Forme differenziali esatte: campi vettoriali conservativi. Potenziale di un campo conservativo. Integrale curvilineo di una forma differenziale esatta. Forme differenziali chiuse: campi vettoriali irrotazionali. Forme differenziali su insiemi semplicemente connessi. Metodi per il calcolo del potenziale di un campo vettoriale conservativi

4. Integrali multipli

- *Integrali doppi*: Domini normali di $\mathbb{R}^2$. Misura dei domini normali di $\mathbb{R}^2$. Decomposizioni dei domini normali di $\mathbb{R}^2$. Somme di Riemann di una funzione limitata relative ad una decomposizione del dominio. Integrale doppio secondo Riemann di una funzione limitata definita su un dominio normale di $\mathbb{R}^2$. Domini regolari di $\mathbb{R}^2$. Integrali doppi su domini regolari di $\mathbb{R}^2$. Significato geometrico dell'integrale doppio: volume del cilindroide individuato da una funzione di due variabili. Formule di riduzione di integrali doppi su domini normali. Cambiamento di variabili negli integrali doppi. Coordinate polari. Applicazioni degli integrali doppi: calcolo delle aree, calcolo dei volumi, calcolo della massa, del baricentro e del momento d'inerzia rispetto ad un asse di una lamina. Teorema di Gauss-Green nel piano. Applicazioni del teorema di Gauss-Green: area di una figura piana, teorema della divergenza nel piano, teorema del rotore nel piano.
- *Integrali tripli*: Domini normali di $\mathbb{R}^3$. Misura dei domini normali di $\mathbb{R}^3$. Decomposizioni dei domini normali di $\mathbb{R}^3$. Somme di Riemann di una funzione limitata relative ad una decomposizione del dominio. Integrale triplo secondo Riemann di una funzione limitata definita su un dominio normale di $\mathbb{R}^3$. Domini regolari di $\mathbb{R}^3$. Integrali tripli su domini regolari di $\mathbb{R}^3$. Integrali per proiezioni e sezioni. Formule di riduzione di integrali tripli su domini normali. Integrali tripli per strati e per fili. Cambiamento di variabili negli integrali tripli. Coordinate sferiche. Coordinate cilindriche. Applicazioni degli integrali tripli: calcolo

dei volumi, calcolo della massa, del baricentro e del momento d'inerzia rispetto ad un asse di un corpo solido.

- *Aspetti teorici:* Condizioni necessarie e sufficienti di integrabilità. Teorema della media. Proprietà dell'integrale di Riemann.

5. Superfici ed integrali superficiali

Superfici in $\mathbb{R}^3$. Equazioni parametriche di una superficie. Superfici regolari. Piano tangente e retta normale ad una superficie regolare. Area di una superficie regolare. Integrali superficiali. Solidi di rotazione. Area di una superficie di rotazione. Volume di un solido di rotazione. Teoremi di Guldino. Teorema della divergenza nello spazio. Teorema del rotore nello spazio. Campi vettoriali solenoidali. Potenziale vettore di un campo vettoriale. Calcolo di un campo vettoriale solenoidale attraverso la conoscenza del suo rotore. Flusso di un campo vettoriale solenoidale attraverso superfici regolari

Testi consigliati

- **R.A. Adams, C. Essex.** *Calcolo Differenziale 1*. Casa Editrice Ambrosiana
- **R.A. Adams, C. Essex.** *Calcolo Differenziale 2*. Casa Editrice Ambrosiana
- **N. Fusco, P. Marcellini, C Sbordone.** *Lezioni di Analisi Matematica due*. Zanichelli
- **C.D. Pagani, S. Salsa.** *Analisi Matematica II*. Masson
- **S. Salsa, A. Squellati.** *Esercizi di Analisi Matematica II*. Masson