



Università degli Studi di Messina
Dottorato di Ricerca in Matematica e Scienze Computazionali
Inclusioni operatoriali e Applicazioni
(Prof. Filippo D. Cammaroto)
(30 ore)

1. Teoria delle multifunzioni

Definizioni fondamentali. Grafico di una multifunzione. Multifunzione inversa. Selezioni di una multifunzione. Immagini inverse inferiori e superiori. Distanza da un insieme e dilatazioni di insiemi. Proprietà fondamentali delle multifunzioni a valori convessi.

2. Multifunzioni semicontinue e misurabili

Multifunzioni semicontinue inferiormente e superiormente. Caratterizzazioni della semicontinuità. Proprietà del grafico di una multifunzione. Multifunzioni misurabili e debolmente misurabili. Teorema del grafico misurabile. Teorema di selezione misurabile di Kuratowski–Ryll–Nardzewski. Teorema di rappresentazione di Castaing.

3. Teoremi di punto fisso per multifunzioni

Punti fissi di multifunzioni. Il teorema di Kakutani. Il teorema di Ky Fan. Applicazioni dei teoremi di punto fisso alla teoria delle inclusioni operatoriali.

4. Il teorema di Ricceri sulle inclusioni operatoriali

Operatori di superposizione associati a multifunzioni. Inclusioni operatoriali del tipo

$$\Phi(u)(\omega) \in F(\omega, \Psi(u)(\omega)).$$

Enunciato e dimostrazione del teorema di Ricceri sulle inclusioni operatoriali. Ruolo delle ipotesi di misurabilità, semicontinuità inferiore e convessità dei valori. Principali corollari e applicazioni.

5. Applicazioni ai problemi al contorno del secondo ordine

Problemi al contorno per inclusioni differenziali ordinarie del secondo ordine. Formulazione operatoriale del problema. Operatore di Green. Applicazione del teorema di Ricceri all'esistenza di soluzioni. Inclusioni differenziali con condizioni di Dirichlet omogenee. Esempi e risultati di esistenza.

6. Applicazioni alle equazioni integrali implicite

Operatori integrali e loro proprietà fondamentali. Equazioni integrali implicite con secondo membro discontinuo. Formulazione del problema mediante inclusioni operatoriali. Applicazione del teorema di Ricceri all'esistenza di soluzioni essenzialmente limitate per equazioni integrali implicite.

Bibliografia

- J.P. Aubin, H. Frankowska, *Set-Valued Analysis*, Birkhäuser, Boston, 1990.
- J.P. Aubin, A. Cellina, *Differential inclusions*, Springer-Verlag, Berlin, 1984.
- C. Himmelberg, *Measurable relations*, *Fundamenta Mathematicae*, 87(1):53–72, 1975.

- **K. Ryll-Nardzewski, C. Kuratowski**, *A general theorem on selectors*, Sci. Ser. Sci. Math. Astronom Phys, 13:397–403, 1965.
- **C. Castaing, M. Valadier**, *Measurable multifunctions*, Springer, 1977.
- **K. Fan**, *Fixed-point and minimax theorems in locally convex topological linear spaces*, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 38:121–126, 1952.
- **S. Kakutani**, *A generalization of brouwer's fixed point theorem*, Duke Mathematical Journal, 8:457–459, 1941.
- **O. Naselli Ricceri, B. Ricceri**, *An existence theorem for inclusions of the type $\psi(u)(t) \in F(t, \phi(u)(t))$ and application to a multivalued boundary value problem*. Applicable Analysis, 38(4):259–270, 1990.
- **S. A. Marano**, *Existence theorems for a multivalued boundary value problem*. Bulletin of the Australian Mathematical Society, 45(2):249–254, 1992.
- **F. Cammaroto, P. Cubiotti**, *Implicit integral equations with discontinuous right-hand side*. Commentationes Mathematicae Universitatis Carolinae, 3,no.2:241–246, 1997.