



Università degli Studi di Messina - Dottorato di Ricerca in Matematica

Analisi non lineare

(Prof. Filippo D. Cammaroto)

(30 ore)

1. Il principio variazionale di Ekeland

Richiami di teoria degli spazi metrici completi e degli spazi di Banach. Funzioni semicontinue inferiormente e loro caratterizzazioni. Il principio variazionale di Ekeland: enunciato, dimostrazione e interpretazione geometrica. Prime applicazioni all'analisi non lineare. Teorema di punto fisso di Caristi.

2. Funzionali Gâteaux differenziabili su spazi di Banach

Funzionali Gâteaux-differenziabili definiti su spazi di Banach. Derivata di Gâteaux e proprietà fondamentali. Condizioni necessarie di minimo e risultati di esistenza. Funzionali associati a problemi differenziali. Applicazioni del principio variazionale di Ekeland ai funzionali Gâteaux-differenziabili.

3. Un complemento al principio variazionale di Ekeland

Un complemento al principio variazionale di Ekeland. Applicazioni al teorema di punto fisso di Caristi e ai funzionali Gâteaux-differenziabili. Teorema di tipo Liouville per funzioni armoniche su domini esterni. Teorema di tipo Liouville per l'equazione omogenea delle onde. Ulteriori sviluppi e prospettive di ricerca.

4. Disequazioni variazionali

Origini della teoria delle disequazioni variazionali. Le formulazioni introdotte da Stampacchia. Disequazioni variazionali in spazi di Hilbert. Teoremi fondamentali di esistenza e unicità. Problemi ai limiti formulabili come disequazioni variazionali. Alcune applicazioni all'analisi non lineare.

5. Un principio variazionale generale e applicazioni

Problemi di minimizzazione dipendenti da un parametro. Funzionali della forma $\Phi + \lambda\Psi$. Un principio variazionale generale. Condizioni di esistenza di punti critici e risultati di molteplicità. Alcune applicazioni a problemi ellittici non lineari. Esistenza di infinite soluzioni per un problema ai limiti a due punti con condizioni di Dirichlet omogenee.

Bibliografia

- **I. Ekeland, R. Témam**, *Convex Analysis and Variational Problems*, Classics in Applied Mathematics, SIAM, 1987
- **D.G. De Figueiredo**, *Lectures on The Ekeland Variational Principle with Applications and Detours*, Tata Institute of Fundamental Research, Bombay, 1989
- **D. Kinderlehrer, G. Stampacchia**, *An Introduction to Variational Inequalities and Their Applications*, Academic Press, New York, 1980
- **B. Ricceri**, *A general variational principle and some of its applications*, Journal of Computational and Applied Mathematics 113, (2000), 401–410
- **F. Cammaroto, A. Chinnì**, *A Complement to Ekeland's Variational Principle in Banach Spaces*, Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Mathematics, 44 (1), 29-33, 1996.

- **F. Cammaroto, A. Chinnì**, *A Liouville-type Theorem for Harmonic Functions on Exterior Domains*, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 244 , 1-9, 2000.
- **F. Cammaroto, A. Chinnì**, *A Liouville-type Theorem for the Homogeneous Wave Equation*, Le Matematiche, LVII (I), 167-170, 2002.
- **F. Cammaroto, A. Chinnì**, *Infinitely many solutions for a two points boundary value problem*, Far East Journal of Mathematical Sciences, 11 (1), 41-51, 2003.